



التمرين الأول:

f دالة معرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x+3}{x+4}$ و (C_f) تمثيلها البياني كما هو في الوثيقة المرفقة.

(1) أ - بين أن الدالة f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$.

ب - بين أنه إذا كان $0 \leq x < 1$ فإن $0 \leq f(x) < 1$

(2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ $u_0 = 0$ و من أجل كل n من N : $u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+4}$

أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N : $0 \leq u_n < 1$

ب - بين أن المتتالية متزايدة تماما ثم بين أنها متقاربة ثم حسب في هذه الحالة $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) (v_n) متتالية معرفة على N بـ: $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+3}$

أ - اثبت أن (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$ ويطلب حساب حدها الأول v_0 .

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم عبارة الحد العام u_n .

ج - احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ بطريقة ثانية.

التمرين الثاني:

(I) g دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = (x+1)^2 - 2 + \ln(x+1)$

(1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-1; +\infty[$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,31 < \alpha < 0,32$

(3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = (x+1)^2 + (2 - \ln(x+1))^2$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 1cm$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) اثبت أنه من أجل كل x من $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) احسب $f(0)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 4,7$)

(5) عين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = m^2$ حلين غير معدومين مختلفين في الإشارة.

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3 \quad : N \text{ من } n \text{ كل من } u_0 = 2 \text{ و}$$

(1) أ - مثل على محور الفواصل الحدود الخمسة الأولى للمتتالية (u_n) مبينا خطوط الرسم وبدون حساب.

ب - بين أنه من أجل كل n من N : $-6 \leq u_n \leq 2$

ج - بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج تقاربها.

(2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N ب: $v_n = u_n + \alpha$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n + \frac{1}{2}\alpha - 3 \quad : N \text{ من } n \text{ كل من}$$

ب - عين العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(3) نضع: $\alpha = 6$ أ - اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n

ب - بين أن $u_n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^n - 6$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .

ج - عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n \leq 1$

التمرين الرابع:

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ ب: $g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

(2) أحسب $g'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[e+1; e^3+1]$

ثم عين حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]1; +\infty[$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أثبت أن f فردية ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(3) بين أنه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x^2)}{x^2(x^2-1)}$

(4) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها على المجال $]1; +\infty[$

(5) اكتب معادلة للمماس (T_1) عند النقطة ذات الفاصلة $\sqrt{2}$

(6) اوجد معادلة (T_2) نظير (T_1) بالنسبة لمبدأ المعلم.

(7) أنشئ (C_f) و (T_1) و (T_2) (يعطى $\alpha \approx 12,4$) على D_f

(8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^2 - 1 = e^{2x^2+mx}$